

Indice

Prefazione	vii
1 Equazioni differenziali	1
1 Modelli differenziali	2
2 Equazioni del primo ordine	3
2.1 Generalità	3
2.2 Equazioni a variabili separabili	5
2.3 Equazioni lineari del primo ordine	10
3 Equazioni lineari del secondo ordine	18
3.1 Spazi di funzioni	19
3.2 Generalità sulle equazioni lineari. Problema di Cauchy	20
3.3 La struttura dell'integrale generale	22
3.4 Equazioni omogenee a coefficienti costanti	26
3.5 Equazioni non omogenee	28
3.6 Vibrazioni meccaniche	35
4 Complementi	42
4.1 Teorema di esistenza e unicità per le equazioni a variabili separabili	42
4.2 Cenni alle equazioni lineari di ordine n	44
2 Calcolo infinitesimale per le curve	49
1 Richiami di calcolo vettoriale	49
2 Funzioni a valori vettoriali, limiti e continuità	52
3 Curve regolari e calcolo differenziale vettoriale	55
3.1 Esempi introduttivi	55
3.2 Arco di curva continua	58
3.3 Derivata di una funzione vettoriale. Arco di curva regolare	60
3.4 Integrale di una funzione a valori vettoriali	64
3.5 Alcune classi di curve piane	65
4 Lunghezza di un arco di curva	68
4.1 Curve rettificabili e lunghezza	68
4.2 Cambiamenti di parametrizzazione, curve equivalenti	72
4.3 Parametro arco o ascissa curvilinea	73
5 Integrali di linea (di prima specie)	74
6 Elementi di geometria differenziale delle curve	78
6.1 Curvatura e normale principale per una curva in \mathbb{R}^m	78

6.2	Calcolo della curvatura per curve nello spazio \mathbb{R}^3 o nel piano	82
6.3	Torsione e terna intrinseca per curve nello spazio \mathbb{R}^3	85
7	Complementi	90
7.1	Lunghezza di una curva regolare	90
7.2	Alcune applicazioni fisiche notevoli	92
3	Calcolo differenziale per funzioni reali di più variabili	95
1	Grafici e insiemi di livello	95
2	Limiti e continuità per funzioni di più variabili	99
2.1	Definizioni e proprietà di limiti e funzioni continue	99
2.2	Calcolo dei limiti in più variabili: analisi delle forme di indeterminazione	102
3	Topologia in \mathbb{R}^n e proprietà delle funzioni continue	107
3.1	Concetti fondamentali	108
3.2	Proprietà topologiche delle funzioni continue	115
4	Derivate parziali, piano tangente, differenziale	119
4.1	Derivate parziali	119
4.2	Piano tangente	122
4.3	Differenziabilità e approssimazione lineare	124
4.4	Derivate direzionali	130
4.5	Calcolo delle derivate	134
5	Derivate di ordine superiore e approssimazioni successive	143
5.1	Derivate di ordine superiore	143
5.2	Differenziale secondo, matrice hessiana, formula di Taylor al secondo ordine	148
6	Ottimizzazione. Estremi liberi	152
6.1	Generalità sui problemi di ottimizzazione	152
6.2	Estremi liberi. Condizioni necessarie del prim'ordine	156
6.3	Forme quadratiche. Classificazione	157
6.4	Forme quadratiche. Test degli autovalori	162
6.5	Studio della natura dei punti critici	165
7	Funzioni convesse di n variabili	178
7.1	Generalità sulle funzioni convesse	178
7.2	Ottimizzazione di funzioni convesse e concave	180
8	Funzioni definite implicitamente	183
8.1	Funzione implicita di una variabile	183
8.2	Funzione implicita di n variabili	188
9	Complementi	190
9.1	Topologia e funzioni continue	190
9.2	Funzioni omogenee	192
9.3	Differenziali e formula di Taylor di ordine superiore	197
4	Calcolo differenziale per funzioni di più variabili a valori vettoriali	201
1	Funzioni di più variabili a valori vettoriali: generalità	201
1.1	Superfici in forma parametrica	201
1.2	Trasformazioni di coordinate	203
1.3	Campi vettoriali	205

2	Limiti, continuità e differenziabilità per funzioni $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$	207
3	Superfici regolari in forma parametrica	210
4	Varietà k -dimensionali in \mathbb{R}^n e funzioni definite implicitamente	218
4.1	Varietà k -dimensionali in \mathbb{R}^n in forma parametrica	218
4.2	Funzioni implicite definite da sistemi di equazioni	220
4.3	Varietà k -dimensionali in \mathbb{R}^n in forma implicita	222
5	Trasformazioni di coordinate e loro inversione	224
5.1	Il teorema della funzione inversa	224
5.2	Trasformazione di operatori differenziali	229
6	Ottimizzazione. Estremi vincolati	231
6.1	Vincoli di uguaglianza e moltiplicatori di Lagrange. Funzioni di due variabili	231
6.2	Moltiplicatori di Lagrange. Il caso generale	240
6.3	Vincoli di disuguaglianza e teorema di Kuhn-Tucker	246
5	Calcolo integrale per funzioni di più variabili	249
1	Integrali doppi	249
1.1	Integrale di una funzione limitata definita su un rettangolo	249
1.2	Funzioni integrabili su domini non rettangolari. Insiemi semplici, regolari, misurabili	256
1.3	Proprietà elementari dell'integrale doppio	261
1.4	Calcolo degli integrali doppi: metodo di riduzione	263
1.5	Calcolo degli integrali doppi: cambiamento di variabili	271
2	Integrali doppi generalizzati	276
3	Il calcolo degli integrali tripli	278
4	Derivazione sotto il segno di integrale	284
5	Complementi	286
5.1	La funzione Gamma di Eulero	286
5.2	Definizioni e proprietà elementari degli integrali in \mathbb{R}^n	289
6	Campi vettoriali	293
1	Campi vettoriali e integrali di linea di seconda specie	293
1.1	Linee di campo	293
1.2	Gradiente, rotore e divergenza	295
1.3	Integrale di linea di un campo vettoriale. Lavoro e circuitazione.	299
1.4	Campi conservativi e potenziali	301
1.5	Campi irrotazionali. Insiemi semplicemente connessi	305
1.6	Campi solenoidali e potenziale vettore	310
1.7	Il linguaggio delle forme differenziali	314
2	Formula di Gauss-Green nel piano	316
3	Area e integrali di superficie	320
3.1	Area di una superficie	320
3.2	Integrale di superficie di una funzione continua	325
4	Integrale di superficie di un campo vettoriale. Flusso	327
4.1	Superfici orientate. Bordo di una superficie. Superfici regolari a pezzi	328
4.2	Flusso	331

5	Teorema della divergenza	334
6	Teorema del rotore	339
7	Serie di potenze e serie di Fourier	347
1	Serie di funzioni e convergenza totale	347
2	Serie di potenze	354
2.1	Proprietà fondamentali delle serie di potenze	354
2.2	Serie di Taylor e serie di potenze	361
3	Serie trigonometriche e serie di Fourier	367
3.1	Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche	367
3.2	Richiami sugli spazi vettoriali con prodotto scalare	371
3.3	Coefficienti e serie di Fourier di una funzione. Approssimazione in media quadratica	374
3.4	Esempi e osservazioni sul calcolo dei coefficienti di Fourier	379
3.5	Forma esponenziale complessa delle serie di Fourier	383
3.6	Convergenza puntuale delle serie di Fourier	386
3.7	Alcune interpretazioni fisiche	394
3.8	Applicazioni alle equazioni differenziali della fisica matematica. Metodo di separazione delle variabili	397
4	Complementi	409
4.1	Il metodo di Frobenius per la soluzione delle equazioni differenziali	409
4.2	Criteri per la convergenza delle serie trigonometriche	412
4.3	Fenomeno di Gibbs	414
8	Teoria qualitativa di equazioni differenziali e sistemi	417
1	Equazioni del prim'ordine	417
1.1	Problema di Cauchy	417
1.2	Alcune classi di equazioni del prim'ordine	427
1.3	Equazioni autonome. Diagrammi di fase. Stabilità	430
2	Problema di Cauchy per sistemi o equazioni di ordine n	435
3	Complementi	441
3.1	Lemma di Gronwall e dipendenza continua	441
4	Sistemi autonomi bidimensionali	443
4.1	Generalità	443
4.2	Stabilità per sistemi autonomi lineari	454
4.3	Stabilità per sistemi autonomi non lineari	461
A	Trasformata di Laplace e trasformata di Fourier	467
1	Trasformata di Laplace. Definizione ed esempi	467
2	Proprietà della trasformata di Laplace	470
3	Trasformazione inversa di Laplace	477
4	Funzione di trasferimento di un sistema	478
5	Trasformata di Fourier	481
6	Proprietà della trasformazione di Fourier	484
7	Una applicazione: studio di un circuito RC	488