

Indice

1	Introduzione ai sistemi lineari	1
1.1	Sistemi lineari: primi esempi	1
1.2	Matrici	4
1.3	Matrici e sistemi lineari	8
1.4	Algoritmo di Gauss	14
1.5	Esercizi svolti	20
1.6	Esercizi proposti	27
2	Spazi vettoriali	31
2.1	Premessa: l'insieme dei numeri reali	31
2.2	Spazio vettoriale \mathbb{R}^n e spazio delle matrici	32
2.3	Spazi vettoriali	38
2.4	Sottospazi vettoriali	42
2.5	Esercizi svolti	48
2.6	Esercizi proposti	50
3	Combinazioni lineari, lineare indipendenza	53
3.1	Combinazioni lineari e generatori	53
3.2	Indipendenza lineare	60
3.3	Esercizi svolti	66
3.4	Esercizi proposti	70
4	Basi e dimensione	73
4.1	Base: definizione ed esempi	73
4.2	Il concetto di dimensione	78
4.3	L'algoritmo di Gauss	83
4.4	Esercizi svolti	88
4.5	Esercizi proposti	92

4.6	Appendice: il teorema del completamento	94
5	Applicazioni lineari	97
5.1	Definizione di applicazione lineare	97
5.2	Applicazioni lineari e matrici	103
5.3	La composizione di applicazioni lineari	106
5.4	Nucleo e immagine	108
5.5	Il teorema della dimensione	113
5.6	Isomorfismo di spazi vettoriali	114
5.7	Calcolo del nucleo e dell'immagine	116
5.8	Esercizi svolti	120
5.9	Esercizi proposti	123
6	Sistemi lineari	127
6.1	Controimmagine	127
6.2	Sistemi lineari: la teoria	129
6.3	Esercizi svolti	136
6.4	Esercizi proposti	139
7	Determinante e inversa	141
7.1	Definizione di determinante	141
7.2	Calcolo del determinante: casi 2×2 e 3×3	146
7.3	Calcolo del determinante: metodo ricorsivo	148
7.4	Inversa di una matrice	152
7.5	Calcolo dell'inversa con il metodo di Gauss	154
7.6	Le applicazioni lineari da \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^n	156
7.7	Esercizi svolti	158
7.8	Esercizi proposti	159
7.9	Appendice: approfondimenti	160
8	Cambio di base	175
8.1	Applicazioni lineari e matrici	175
8.2	L'identità	179
8.3	Cambio di base per un'applicazione lineare	184
8.4	Esercizi svolti	187
8.5	Esercizi proposti	189

9	Autovalori e autovettori	191
9.1	Diagonalizzabilità	191
9.2	Autovalori e autovettori	195
9.3	Esercizi svolti	208
9.4	Esercizi proposti	214
10	Elementi di matematica discreta	219
10.1	Il principio di induzione	219
10.2	Algoritmo di divisione e algoritmo di Euclide	222
10.3	Classi di congruenza	227
10.4	Congruenze	230
10.5	Esercizi svolti	233
10.6	Esercizi proposti	234
10.7	Appendice: nozioni elementari di insiemistica	235
	Soluzione di alcuni esercizi proposti	237