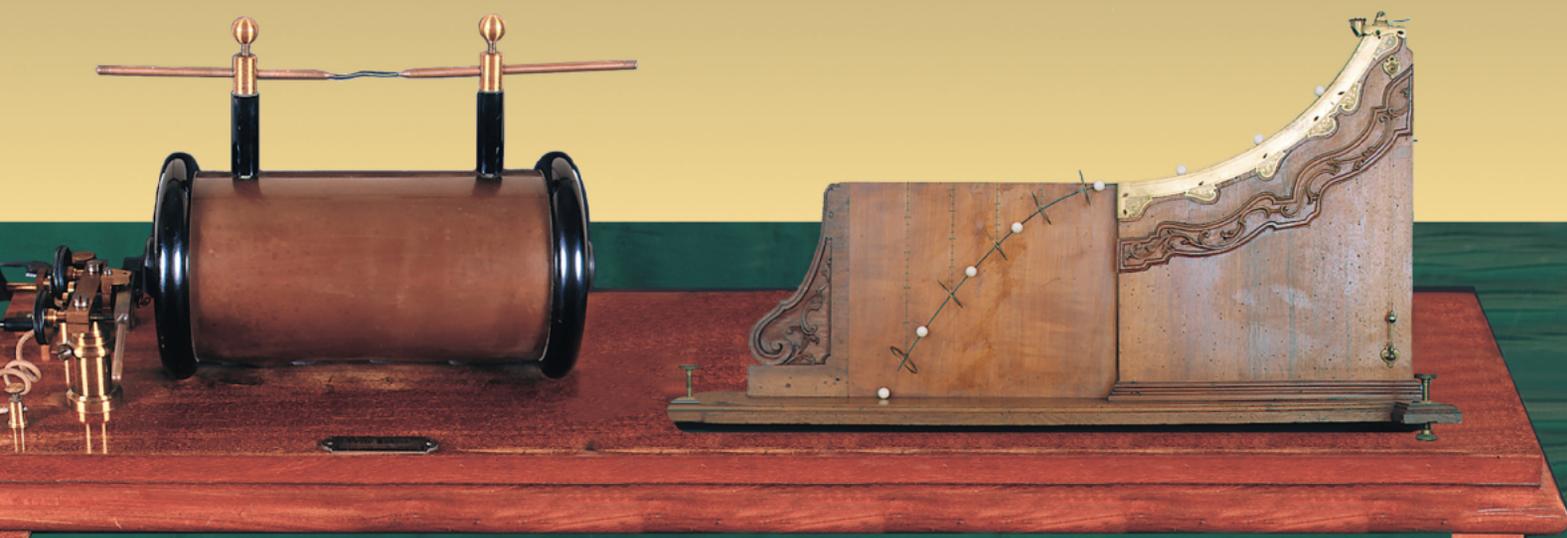


P. Mazzoldi M. Nigro C. Voci

Fisica

Volume I



Seconda Edizione

P. Mazzoldi

M. Nigro

C. Voci

Dipartimento di Fisica – Galileo Galilei – Padova

FISICA

Vol. I

MECCANICA – TERMODINAMICA

SECONDA EDIZIONE

EdiSES

P. Mazzoldi - M. Nigro - C. Voci
FISICA – Vol. I Seconda edizione
Copyright © 1991, 1998, EdiSES s.r.l.

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

2002 2001 2000 1999 1998

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

/

A norma di legge, le pagine di questo volume non possono essere fotocopiate o ciclostilate o comunque riprodotte con alcun mezzo meccanico. La casa editrice sarebbe particolarmente spiacente di dover promuovere, a sua tutela, azioni legali verso coloro che arbitrariamente non si adeguano a tale norma.

L'Editore

Fotocomposizione: EdiSES s.r.l. - Napoli
Fotoincisione: Centro DMS - Napoli

Stampato presso la
EdiSES - Napoli Via Nuova San Rocco 62/A - P.co Soleado
Tel. 081/7441706-07 Fax 081/7441705

ISBN 88 7959 137 1

Prefazione alla seconda edizione

Nel 1991, all'uscita del primo volume di questo corso di Fisica Generale, presentavamo così il lavoro.

Questo testo ha origine dalla nostra esperienza didattica maturata in anni di insegnamento dei corsi di Fisica Generale presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Padova. Anche se validissimi testi sono disponibili siamo indotti ad aggiungere un contributo all'insegnamento della Fisica Generale dall'esame della realtà universitaria di questi ultimi anni.

L'ordinamento delle lezioni è diventato semestrale per la maggior parte dei corsi di laurea di materie scientifiche, con la conseguente limitazione di orario a circa 130 ore tra corso di teoria ed esercizi, quasi sempre irraggiungibili a causa di assemblee, elezioni ed altri eventi vari.

Così, accanto all'innegabile vantaggio di poter tenere il corso di Fisica Generale dopo il corso di Analisi Matematica, ci si trova però nella necessità di uno svolgimento contratto e senza pause del programma, con tutte le difficoltà che ciò comporta per un adeguato apprendimento.

Il numero di studenti, soprattutto nei corsi di laurea in Ingegneria, è aumentato spesso oltre la capacità di ricezione delle strutture universitarie e la preparazione fisico-matematica di questi studenti è molto varia e purtroppo sovente superficiale o troppo settoriale.

D'altra parte i programmi, pur essendo stati sfrondatai di nozioni accessorie, nella sostanza sono rimasti gli stessi, le esercitazioni numeriche hanno acquistato maggior spazio e importanza e la trattazione dei vari argomenti è stata mantenuta in generale ad un livello adeguato.

Una conseguenza di questi fatti è che l'impatto degli studenti con corsi affollati, ritmi di apprendimento sostenuti e difficoltà intrinseche delle materie provoca un allungamento dei tempi di superamento degli esami, se non addirittura l'abbandono degli studi.

Ci siamo pertanto proposti di aiutare lo studente a superare qualcuno dei problemi sopra accennati fornendogli uno strumento di studio che innanzi tutto indichi con chiarezza le nozioni fondamentali e sia realmente di guida alla comprensione ed alla risoluzione degli esercizi. Abbiamo però mantenuto nel testo tutti gli argomenti tradizionali, che formano la base culturale della Fisica Generale e sono di naturale riferimento per molti corsi successivi, anche se non è possibile svolgerli nella loro completezza in un solo semestre.

Dopo varie ristampe con minime modifiche e inevitabili correzioni appare adesso la seconda edizione. Le principali differenze riguardano il cambiamento dell'ordine di presentazione di alcuni argomenti, l'aumento del numero degli esempi svolti nel testo e dei problemi proposti, l'aggiunta di paragrafi introduttivi che mettono in evidenza lo sviluppo logico del programma.

La parte iniziale, dedicata alla meccanica del punto (capitoli 1, 2, 3), è piuttosto estesa in quanto abbiamo ritenuto molto importante discutere a fondo il modo di procedere e il legame con l'Analisi. Nel capitolo 3 sono state ampliate le nozioni di teoria della relatività. La meccanica dei sistemi di punti (capitolo 4) completa gli argomenti di carattere generale. Ad essa segue l'esposizione della teoria newtoniana della gravitazione (capitolo 5), della meccanica del corpo rigido (capitolo 6) trattata in modo esteso e con numerosi esempi, e di elementi di elasticità e meccanica dei fluidi (capitoli 7 e 8). Infine nel capitolo 9 sono raccolti gli argo-

menti riguardanti i moti oscillatori e vengono introdotte le onde elastiche. Il materiale presentato nei capitoli 5, 7, 8, 9 è più vasto di quello che normalmente si riesce a svolgere in un corso del primo anno, ma a nostro avviso le parti essenziali non dovrebbero essere trascurate.

La termodinamica è trattata nei capitoli finali (10, 11, 12, 13) in modo classico, senza riferimento a concetti di meccanica statistica. Nel capitolo 10 vengono introdotti i concetti di temperatura e calore e si discute il primo principio. Il capitolo 11 contiene le applicazioni relative ai gas e comprende argomenti di teoria cinetica. Al secondo principio e all'entropia è dedicato il capitolo 12 e l'ultimo capitolo riguarda i potenziali termodinamici e le proprietà generali dei sistemi p , V , T . La materia esposta è abbastanza vasta, ma è organizzata in modo tale da poter estrarre facilmente un solido programma di minima, se a ciò si fosse costretti da restrizioni temporali.

Ringraziamo tutti i colleghi che ci hanno suggerito modifiche e segnalato errori. Concludiamo con lo stesso auspicio della prima edizione.

Speriamo di aver lavorato utilmente nell'interesse degli studenti. Saremmo soddisfatti se durante lo studio lo studente acquistasse interesse per la materia e, raggiunto lo scopo primario di superare l'esame, fosse consapevole dell'importanza della Fisica Generale per i suoi studi successivi e la sua formazione culturale.

Paolo Mazzoldi, Massimo Nigro, Cesare Voci

Indice generale

Capitolo 1	Cinematica del punto	5	Capitolo 3	Moti relativi	90
1.1	Introduzione	5	3.1	Sistemi di riferimento. Velocità e accelerazione relative	90
1.2	Moto rettilineo	6	3.2	Sistemi di riferimento inerziali. Relatività galileiana	95
1.3	Velocità nel moto rettilineo	6	3.3	Moto di trascinamento rettilineo uniforme	96
1.4	Accelerazione nel moto rettilineo	10	3.4	Moto di trascinamento rettilineo accelerato	99
1.5	Moto verticale di un corpo	16	3.5	Moto di trascinamento rotatorio uniforme	102
1.6	Moto armonico semplice	18	3.6	Il moto rispetto alla terra	104
1.7	Moto rettilineo smorzato esponenzialmente	21	3.7	Commenti e note	106
1.8	Paradosso di Zenone	22	3.8	Teoria della relatività. Trasformazioni di Lorentz	109
1.9	Moto nel piano. Posizione e velocità	23	3.9	Quantità di moto ed energia relativistiche	118
1.10	Accelerazione nel moto piano	25			
1.11	Moto circolare	28			
1.12	Moto parabolico dei corpi	32			
1.13	Moto nello spazio. Composizione di moti	35			
1.14	Riepilogo	36			
Capitolo 2	Dinamica del punto	39	Capitolo 4	Dinamica dei sistemi di punti materiali	129
2.1	Principio d'inerzia. Introduzione al concetto di forza	39	4.1	Sistemi di punti. Forze interne e forze esterne	129
2.2	Leggi di Newton	40	4.2	Centro di massa di un sistema di punti. Teorema del moto del centro di massa	131
2.3	Quantità di moto. Impulso	42	4.3	Conservazione della quantità di moto	134
2.4	Risultante delle forze. Equilibrio. Reazioni vincolari	44	4.4	Teorema del momento angolare	137
2.5	Classificazione delle forze	46	4.5	Conservazione del momento angolare	139
2.6	Azione dinamica delle forze	46	4.6	Sistema di riferimento del centro di massa	140
2.7	Forza peso	48	4.7	Teoremi di König	141
2.8	Forza di attrito radente	50	4.8	Il teorema dell'energia cinetica	144
2.9	Piano inclinato	53	4.9	Urti tra due punti materiali	147
2.10	Forza elastica	56	4.10	Urto completamente anelastico	149
2.11	Forza di attrito viscoso	59	4.11	Urto elastico	152
2.12	Forze centripete	60	4.12	Urto anelastico	155
2.13	Pendolo semplice	62	4.13	Ulteriori nozioni sugli urti	157
2.14	Tensione dei fili	64	4.14	Urti relativistici	158
2.15	Lavoro. Potenza. Energia cinetica	68	4.15	Proprietà dei sistemi di forze applicate a punti diversi	160
2.16	Lavoro della forza peso	71	4.16	Massa variabile	162
2.17	Lavoro di una forza elastica	73			
2.18	Lavoro di una forza di attrito radente	74			
2.19	Forze conservative. Energia potenziale	75			
2.20	Conservazione dell'energia meccanica	77			
2.21	Relazione tra energia potenziale e forza	82	Capitolo 5	Gravitazione	165
2.22	Momento angolare. Momento della forza	83	5.1	La forza gravitazionale	165
2.23	Forze centrali	85	5.2	Massa inerziale e massa gravitazionale	168
2.24	Riepilogo	87	5.3	Campo gravitazionale	169
			5.4	Energia potenziale gravitazionale	171

5.5	Teorema di Gauss. Distribuzione sferica di massa	176	8.8	Teorema di Bernoulli	273
5.6	Determinazione della traiettoria	179	8.9	Applicazioni del teorema di Bernoulli	275
5.7	Cenni di relatività generale	186	8.10	Effetti dinamici. Vortici	278
Capitolo 6 Dinamica del corpo rigido. Cenni di statica		187	8.11	Moto laminare	279
6.1	Definizione di corpo rigido. Prime proprietà	187	8.12	Moto vorticoso. Numero di Reynolds	280
6.2	Moto di un corpo rigido	189	8.13	Moto in un fluido. Resistenza del mezzo	281
6.3	Corpo continuo. Densità. Posizione del centro di massa	192	8.14	Effetto Magnus. Portanza	282
6.4	Rotazioni rigide attorno ad un asse fisso in un sistema di riferimento inerziale	198	8.15	Fenomeni di superficie	283
6.5	Momento d'inerzia	204	8.16	Forze di coesione e adesione. Fenomeni di capillarità	286
6.6	Teorema di Huygens-Steiner	209	Capitolo 9 Oscillazioni e onde		288
6.7	Pendolo composto	212	9.1	Richiamo delle proprietà già viste	288
6.8	Moto di puro rotolamento	213	9.2	Proprietà dell'equazione differenziale dell'oscillatore armonico	289
6.9	Impulso angolare. Momento dell'impulso	220	9.3	Energia dell'oscillatore armonico	292
6.10	Teorema di Poincot. Ellissoide d'inerzia	224	9.4	Somma di moti armonici sullo stesso asse	295
6.11	Giroscopi	227	9.5	Somma di moti armonici su assi ortogonali	298
6.12	Corpo rigido libero	229	9.6	Oscillatore armonico smorzato da una forza di attrito costante	301
6.13	Leggi di conservazione nel moto di un corpo rigido	230	9.7	Oscillatore armonico smorzato da una forza viscosa	303
6.14	Urti tra punti materiali e corpi rigidi o tra corpi rigidi	234	9.8	Oscillatore armonico forzato	307
6.15	Statica	239	9.9	Analisi di Fourier	311
6.16	Riepilogo	243	9.10	Introduzione ai fenomeni ondulatori	312
Capitolo 7 Proprietà elastiche dei solidi		245	9.11	Onde elastiche in una sbarra solida	315
7.1	Trazione e compressione	245	9.12	Onde in una corda tesa	317
7.2	Deformazione plastica. Rottura. Isteresi elastica	250	9.13	Proprietà elastiche dei gas. Onde nei gas	318
7.3	Scorrimento	251	9.14	Ulteriori considerazioni sulle onde	323
7.4	Torsione. Pendolo e bilancia di torsione	252	Problemi di Meccanica		325
7.5	Pressione. Compressione uniforme	255	Guida alla risoluzione dei problemi di Meccanica. Risultati numerici		344
7.6	Durezza	257	Capitolo 10 Primo principio della termodinamica		363
Capitolo 8 Proprietà meccaniche dei fluidi		259	10.1	Sistemi e stati termodinamici	363
8.1	Generalità sui fluidi. Pressione	259	10.2	Equilibrio termodinamico. Principio dell'equilibrio termico	365
8.2	Equilibrio statico di un fluido	262	10.3	Definizione di temperatura. Termometri	366
8.3	Equilibrio in presenza della forza peso	264	10.4	Sistemi adiabatici. Esperimenti di Joule. Calore	369
8.4	Principio di Archimede	267	10.5	Primo principio della termodinamica. Energia interna	370
8.5	Liquido in rotazione	269	10.6	Trasformazioni termodinamiche. Lavoro e calore	373
8.6	Attrito interno. Viscosità. Fluido ideale	271			
8.7	Moto di un fluido. Regime stazionario. Portata	272			

Cinematica del punto

1

1.1 Introduzione

La meccanica riguarda lo studio del moto di un corpo: essa spiega la relazione che esiste tra le cause che generano il moto e le caratteristiche di questo e la esprime con leggi quantitative. Se il corpo è esteso, come lo sono tutti i corpi materiali, il moto può risultare notevolmente complicato.

Per questa ragione, seguendo un processo molto comune in Fisica, iniziamo lo studio del moto dal più semplice corpo, quello puntiforme, detto *punto materiale* o spesso anche *particella*: si tratta di un corpo privo di dimensioni ovvero che presenti dimensioni trascurabili rispetto a quelle dello spazio in cui può muoversi o degli altri corpi con cui può interagire.

L'introduzione di tale concetto rende innanzitutto più semplice la trattazione di alcuni aspetti di certi problemi. Per esempio, se siamo interessati a studiare il moto della luna intorno alla terra, possiamo considerare in prima approssimazione sia la terra che la luna come punti materiali, dato che le loro dimensioni sono trascurabili rispetto alla distanza. Inoltre, più in generale, lo studio del sistema *punto materiale* permette di definire nel modo più facile alcune grandezze meccaniche fondamentali e di capirne il significato con immediatezza, in assenza delle complicazioni che deriverebbero dalla struttura estesa del corpo.

D'altra parte un corpo esteso solo eccezionalmente si muove come un punto materiale (si parla in tal caso di *traslazione*, come vedremo in seguito); esso può compiere contemporaneamente altri tipi di moto, come *rotazioni* (ad esempio una ruota) o *vibrazioni* (una goccia di liquido che cade). Studieremo pertanto anche il moto dei corpi non puntiformi e capiremo allora l'utilità dello studio preliminare del punto materiale.

L'analisi completa del moto riguarda sia il collegamento del moto stesso alle interazioni del corpo con i corpi circostanti che la descrizione geometrica dell'evoluzione temporale del fenomeno di movimento. Questa parte della meccanica, descrittiva del moto di un corpo, indipendentemente dalle cause che lo determinano, viene detta *cinematica*, mentre il perché del moto viene studiato nella *dinamica*.

Noi cominceremo il nostro studio della meccanica dalla *cinematica del punto*, lo proseguiremo con la *dinamica del punto* e lo concluderemo con la trattazione più generale della *dinamica dei sistemi di punti*, che applicheremo a casi molto diversi tra loro, come i corpi solidi e i fluidi.

Il moto di un punto materiale è determinato se è nota la sua posizione in funzione del tempo in un determinato *sistema di riferimento*, ossia ad esempio le sue coordinate $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ in un sistema di riferimento cartesiano. Questa scelta, anche se è la più comune, non è unica; in determinate situazioni fisiche possono essere più idonei altri sistemi di riferimento, come quelli basati su coordinate polari.

La *traiettoria* è il luogo dei punti occupati successivamente dal punto in movimento e costituisce una curva continua nello spazio. Lo studio delle variazioni di posizione lungo la traiettoria nel tempo porterà a definire il concetto di *velocità*, mentre lo studio delle variazioni della velocità con il tempo introdurrà la grandezza

Sistema di riferimento

Traiettoria

accelerazione; si noti che l'occuparsi di variazioni comporterà necessariamente il collegamento con il concetto matematico di *derivata*.

Le *grandezze fondamentali* in cinematica sono pertanto lo *spazio*, la *velocità*, l'*accelerazione* e il *tempo*; quest'ultimo molto spesso viene usato come variabile indipendente, in funzione di cui si esprimono le altre grandezze.

La *quiete* è un particolare tipo di moto in cui le coordinate restano costanti e quindi velocità e accelerazione sono nulle. Dobbiamo però sottolineare, e riprenderemo in dettaglio questo aspetto successivamente, che è necessario specificare sempre il sistema di riferimento rispetto a cui si osserva il moto. Si osservi come un punto in quiete in un sistema di riferimento possa apparire in moto rispetto ad un altro. Oppure si pensi al volo di un uccello visto da una persona ferma o da un'altra persona in un'auto in movimento.

Di norma dunque la traiettoria di una particella in moto ha una forma diversa ed è rappresentata da un'equazione diversa in diversi sistemi di riferimento.

Nei paragrafi successivi svilupperemo i concetti di velocità e accelerazione, considerando in generale le funzioni $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ continue e derivabili. Più avanti, dopo aver trattato la dinamica del punto, ci occuperemo del problema del *moto relativo*, cioè delle relazioni che esistono tra le descrizioni di uno stesso moto visto da due sistemi di riferimento in movimento l'uno rispetto all'altro.

1.2 Moto rettilineo

Il primo moto che prendiamo in considerazione, sempre iniziando dal caso più semplice, è quello rettilineo. Esso si svolge lungo una retta sulla quale vengono fissati arbitrariamente un'origine e un verso; il moto del punto è descrivibile tramite una sola coordinata $x(t)$. La geometria del moto rettilineo è rappresentata in figura 1.1.

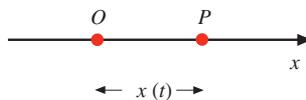


Figura 1.1

Sperimentalmente $x(t)$ può essere determinata ponendo lungo la retta dei traguardi con dispositivi a cellula fotoelettrica collegati ad un cronometro o per via televisiva o per mezzo di fotografia rapida. Con questi sistemi possiamo ottenere coppie di valori x_i , t_i e ricercare una relazione tra x e t , cioè la funzione $x(t)$. Anche la scelta dell'origine dei tempi è arbitraria: $t = 0$ può coincidere con l'inizio della nostra osservazione, ma ciò non è assolutamente necessario.

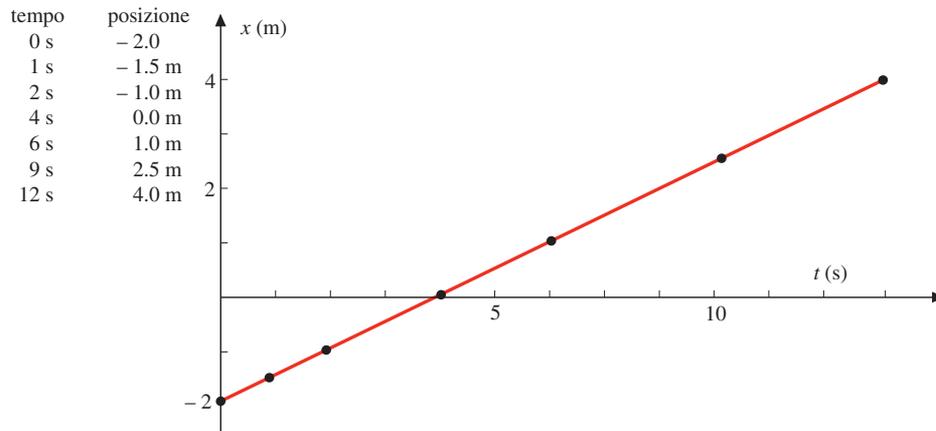
Le misure ottenute possono essere rappresentate in un sistema con due assi cartesiani. Sull'asse delle ordinate riportiamo i valori di x e su quello delle ascisse i corrispondenti valori del tempo: la figura si chiama *diagramma orario*. È necessario ovviamente introdurre delle unità di riferimento nei due assi, ad esempio la lunghezza corrispondente ad un intervallo di tempo di un secondo nelle ascisse e quella relativa ad uno spostamento di un metro nelle ordinate.

Nelle figure 1.2, 1.3, 1.4, sono riportate le misure e i diagrammi orari corrispondenti a tre diversi moti di un punto materiale.

Si osservi che in una misura fisica reale ciascun dato è affetto da errori e pertanto i punti che rappresentano le varie misure non si dispongono esattamente su una retta, una parabola o su altri tipi di curve. L'espressione di $x(t)$ è ottenibile solo tramite opportuni metodi di ottimizzazione analitica.

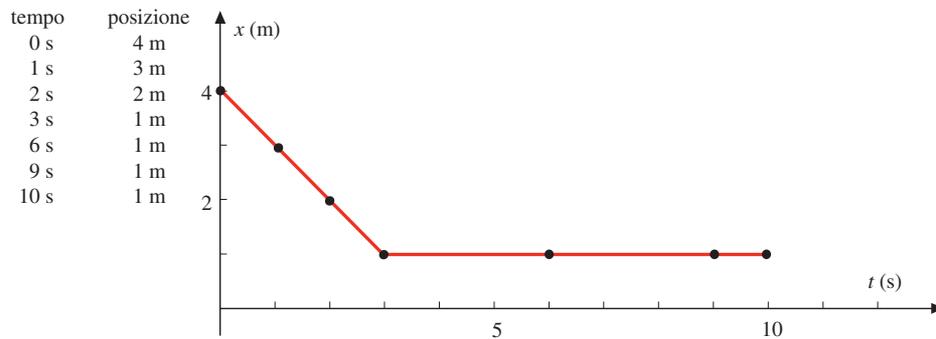
1.3 Velocità nel moto rettilineo

Introduciamo ora il concetto di *velocità media* e *velocità istantanea* nel moto rettilineo. Se al tempo $t = t_1$ il punto si trova nella posizione $x = x_1$ e al tempo $t = t_2$ nella posizione $x = x_2$, $\Delta x = x_2 - x_1$ rappresenta lo spazio percorso nell'intervallo di



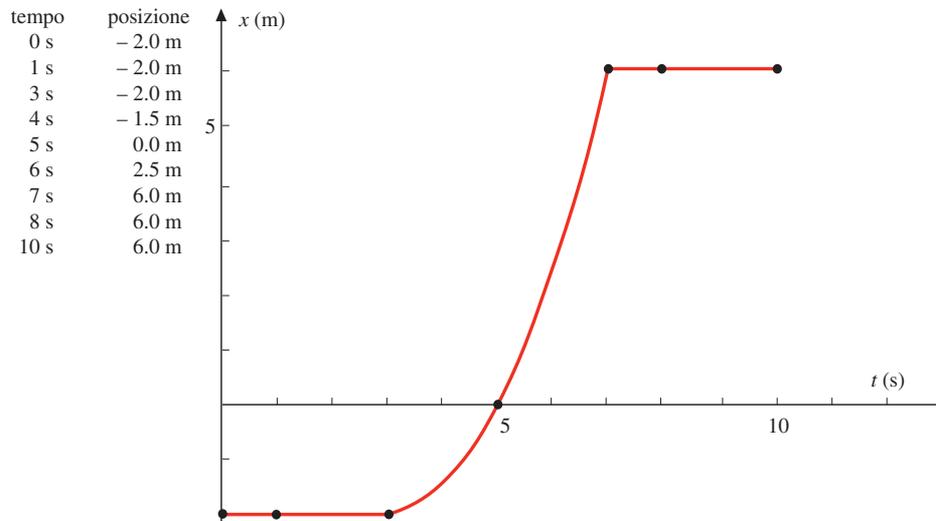
Al tempo $t = 4\text{ s}$ il punto passa per l'origine; il moto è rappresentabile tramite una relazione lineare tra x e t del tipo $x = a t + b$, dove a e b sono due costanti che assumono i valori $a = 0.5\text{ ms}^{-1}$, $b = -2\text{ m}$.

Figura 1.2



Il punto nel suo moto si avvicina all'origine con una relazione lineare tra x e t del tipo $x = at + b$, con $a = -1\text{ ms}^{-1}$, $b = 4\text{ m}$. Raggiunta la posizione $x = 1\text{ m}$ si ferma, restando in tale posizione.

Figura 1.3



Nell'intervallo di tempo tra $t = 0$ e $t = 3\text{ s}$ il punto rimane fermo nella posizione $x = -2\text{ m}$, successivamente si muove secondo il verso positivo della retta con una relazione quadratica tra x e t del tipo $x = a + b(t - t_0)^2$, in cui $a = -2\text{ m}$, $b = 0.5\text{ ms}^{-2}$, $t_0 = 3\text{ s}$. Nella posizione $x = 6\text{ m}$ il punto si ferma.

Figura 1.4

tempo $\Delta t = t_2 - t_1$. Possiamo caratterizzare la rapidità con cui avviene lo spostamento tramite la velocità media

Velocità media

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} .$$

Tale grandezza fornisce una informazione *complessiva*, ma non dà quasi nessuna indicazione sulle caratteristiche effettive del moto.

Per individuare la funzione $x(t)$ e le sue variazioni aumentiamo il numero di misure nell'intervallo di spazio Δx , cioè suddividiamo l'intervallo Δx in numerosi piccoli intervalli $(\Delta x)_1, (\Delta x)_2, \dots, (\Delta x)_i, \dots, (\Delta x)_n$ percorsi rispettivamente negli intervalli di tempo $(\Delta t)_1, (\Delta t)_2, \dots, (\Delta t)_i, \dots, (\Delta t)_n$. Le corrispondenti velocità medie sono $v_i = (\Delta x)_i / (\Delta t)_i$; in generale $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_n$ non sono eguali tra loro e a v_m . Infatti in un generico moto rettilineo la velocità non è costante nel tempo (ciò comporterebbe appunto $v_1 = v_2 = \dots = v_i = \dots = v_n = v_m$).

Il processo di suddivisione in spazi sempre più piccoli può essere continuato e il limite a tale procedura è posto dalla capacità di apprezzare piccoli intervalli da parte degli strumenti utilizzati per la misura degli intervalli di spazio e di tempo. In ogni caso se Δx risulta suddiviso in un numero elevatissimo di intervallini dx , ciascuno percorso nel tempo dt , si può definire la velocità istantanea, ad un istante t , del punto in movimento come il rapporto $v = dx/dt$, calcolato in quel determinato istante.

Il metodo che abbiamo descritto in un modo abbastanza semplice consiste matematicamente nel calcolare il limite per $\Delta t \rightarrow 0$ del rapporto incrementale $\Delta x/\Delta t$. Pertanto la velocità di un punto nel moto rettilineo è data dalla derivata dello spazio rispetto al tempo:

Velocità istantanea

$$v = \frac{dx}{dt} ; \quad (1.1)$$

la *velocità istantanea*, cioè, *rappresenta la rapidità di variazione temporale della posizione nell'istante t considerato*.

Il segno della velocità indica il verso del moto sull'asse x : se $v > 0$ la coordinata x cresce (nella figura 1.1 il punto va da sinistra verso destra), mentre se $v < 0$ il moto avviene nel verso opposto.

A sua volta la velocità può essere funzione del tempo $v(t)$; vedremo esempi specifici nei paragrafi 1.5, 1.6, 1.7. Nel caso particolare in cui sia $v = \text{costante}$ si parla di *moto rettilineo uniforme*.

In conclusione, se è nota, perché calcolata o misurata, la funzione $x(t)$ ovvero, come si dice, se è nota la legge oraria, si può ottenere la velocità istantanea con l'operazione di derivazione (1.1).

Possiamo d'altra parte risolvere il problema inverso, cioè ricavare la funzione $x(t)$ se è nota la dipendenza dal tempo della velocità istantanea, $v(t)$. Supponiamo che il punto materiale si trovi nella posizione x al tempo t e nella posizione $x + dx$ al tempo $t + dt$; dalla (1.1) vediamo che lo spostamento infinitesimo dx è eguale al prodotto del tempo dt impiegato a percorrerlo per il valore della velocità al tempo t :

$$dx = v(t) dt ,$$

qualunque sia la dipendenza della velocità dal tempo. Lo spostamento complessivo sulla retta su cui si muove il punto, in un intervallo finito di tempo $\Delta t = t - t_0$, è dato dalla somma di tutti i successivi valori dx . Per fare il calcolo utilizziamo la

operazione di integrazione: $\Delta x = \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt$. Il primo integrale è immediato e vale $x - x_0$; pertanto

